

# CONTROLE PREDITIVO DE UM ROBÔ MÓVEL NÃO-HOLONÔMICO: UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE SATURAÇÃO DOS ATUADORES

WARODY LOMBARDI\*, NARDÊNIO MARTINS\*, DOUGLAS WILDGRUBE BERTOL\*, EDSON ROBERTO DE PIERI\*

*\*Departamento de Automação e Sistemas  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Caixa Postal 476 – 88040-900  
Florianópolis, SC, Brasil*

Emails: warody@das.ufsc.br, nardenio@das.ufsc.br, dwbertol@das.ufsc.br, edson@das.ufsc.br

**Abstract**— This article aims the model-based predictive control (MPC) of a nonholonomic mobile robot using the kinematic model trajectory linearization, through the transformation of a nonlinear time invariant (NTI) system into a linear time variant (LTV) system. First, the system without actuators constraints is studied, and later, through a quadratic optimization algorithm, the case with constraints.

**Keywords**— Mobile Robots, Nonholonomic Constraints, Model-Based Predictive Control, Trajectory Linearization, Actuators Constraints.

**Resumo**— Este artigo trata do controle preditivo baseado em modelo (MPC) de um robô móvel não-holonômico pelo uso da linearização na trajetória do modelo cinemático, através da transformação de um sistema não-linear invariante no tempo em um sistema linear variante no tempo. Também, aborda o caso sem restrições nos atuadores e, na sequência, o caso com restrições nos atuadores pelo uso de um algoritmo de otimização quadrática.

**Palavras-chave**— Robôs Móveis, Restrições Não-Holonômicas, Controle Preditivo Baseado em Modelo, Linearização na Trajetória, Restrições nos Atuadores.

## 1 Introdução

Atualmente, o controle de robôs móveis tornou-se um problema de reconhecida importância e interesse por parte da comunidade científica mundial, devido à gama de aplicações em diversas áreas.

Em (Brooks, 1983) foi introduzido o método *freeway*, que visa evitar colisões, utilizando o conceito de cones generalizados. Também (Brooks, 1986) introduz uma arquitetura reativa, na qual o robô age baseando-se na leitura de seus sensores. Foi explorada em (Brooks, 1990) a interação física com o ambiente como fonte primária de restrições no projeto de sistemas inteligentes, em detrimento da abordagem de manipulação simbólica.

As técnicas de controle preditivo são relativamente recentes. Segundo (Camacho and Bordons, 1998), os primeiros artigos datam dos anos 70. Um dos algoritmos mais utilizados, o GPC (Generalized Predictive Control), foi desenvolvido por (Clarke et al., 1987). Em (Qin and Badgwell, 1997) tem-se uma visão geral do controle preditivo na indústria de processos com uma breve perspectiva histórica.

Existem diversos trabalhos realizados na área de controle preditivo aplicado à robótica móvel. Em (Lages and Alves, 2006) é realizada a implementação de um MPC para um robô móvel com restrições e é feita uma análise de viabilidade de sua implementação em tempo real. Em (Normey-Rico et al., 1999) um GPC (Generalized Predictive Control) e uma estrutura de Preditor de Smith,

são implementados com o intuito de aumentar a robustez do sistema, tornando-o estável. Em (Kühne et al., 2004) e (Khüne, 2005) é implementado um algoritmo MPC com restrições nos atuadores, através de otimização quadrática, porém não é abordado o caso sem restrição nos atuadores. Em (Lamiriaux and Laumond, 1998) o problema de controle de seguimento de trajetória de um robô móvel rebocando um trailer é implementado, com possibilidade de rejeição de perturbações e desvio de obstáculos. Em (Raffo, 2005) são elaborados algoritmos de controle preditivo para o problema de controle de seguimento de trajetórias de veículos autônomos.

Neste artigo é utilizado um robô móvel a rodas, que apresenta restrições de movimento não integráveis no modelo, denominadas restrições não-holonômicas, impossibilitando o controle do robô apenas por um controle invariante no tempo e continuamente diferenciável (Brockett, 1982).

O objetivo deste artigo é realizar o controle preditivo baseado em modelo em espaço de estados, de um robô móvel com restrição não-holonômica, através da linearização na trajetória, na resolução do problema de seguimento. É abordado o caso sem restrições no sinal de controle e o caso com restrições no sinal de controle, evitando assim saturação dos atuadores. Embora exista o controle preditivo baseado em modelo não-linear (Findeisen and Allgöwer, 2002), seu custo computacional é elevado.

O artigo é organizado como segue: na seção 2

é realizada a modelagem cinemática do robô móvel em questão, enquanto que o modelo de referência virtual é definido na seção 3. A seção 4 trata do projeto do controlador preditivo baseado em modelo (MPC), utilizando espaço de estados aplicado ao modelo de erro. Na seção 5 são realizadas as simulações e apresentados os resultados. Finalmente, as conclusões e perspectivas futuras são discutidas na seção 6.

## 2 Cinemática do Robô Móvel

A Figura 1 representa o robô dotado de duas rodas, com acionamento diferencial, que é descrito pelo seguinte sistema de equações cinemáticas:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos\theta \\ \dot{y} = v \sin\theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

onde  $x$ ,  $y$ , e  $\theta$  são respectivamente a coordenada do robô em relação ao eixo  $X$ , a coordenada do robô em relação ao eixo  $Y$  e o ângulo de orientação do robô com relação ao eixo horizontal, e  $v$  e  $\omega$  são respectivamente a velocidade linear e angular do robô na direção  $X_c$  do referencial móvel  $\{C, X_c, Y_c\}$ , e constituem a entrada de controle definida por:

$$u = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Este sistema possui a seguinte restrição de movimento,

$$-\dot{x} \sin\theta + \dot{y} \cos\theta = 0, \quad (3)$$

ou seja, o robô não pode mover-se na direção  $Y_c$  do referencial móvel  $\{C, X_c, Y_c\}$ . Tal restrição caracteriza-se como não-holonômica (Khüne, 2005).

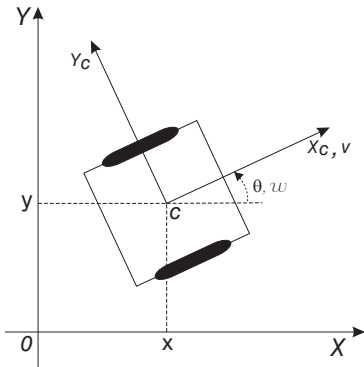


Figura 1: Cinemática do Robô Móvel

## 3 Definição do Modelo de Referência Virtual

Um modelo linearizado é obtido a partir de um modelo de erro entre o robô e o robô de referência virtual (Kühne et al., 2004), tal como:

$$\begin{cases} \dot{x}_{ref} = v_{ref} \cos\theta_{ref} \\ \dot{y}_{ref} = v_{ref} \sin\theta_{ref} \\ \dot{\theta}_{ref} = \omega_{ref} \end{cases} \quad (4)$$

Como o ponto em que robô deve convergir varia com o tempo, é necessário realizar a transformação do sistema não-linear invariante no tempo em um sistema linear variante no tempo. Assim as equações (1) e (4) podem ser reescritas na forma

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (5)$$

$$\dot{x}_{ref} = f(x_{ref}, u_{ref}), \quad (6)$$

onde  $x_{ref} = [x_{ref} \ y_{ref} \ \theta_{ref}]'$  e  $u_{ref} = [v_{Dref} \ \delta_{Dref}]'$  são os estados e as entradas de controle, respectivamente.

O modelo linearizado é obtido a partir da expansão em Série de Taylor da equação (6) em torno da trajetória de referência, e desprezando-se os termos de ordem superior:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ref} = f(x_{ref}, u_{ref}) + \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_{ref} \\ u=u_{ref}}} (x - x_{ref}) + \\ + \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{\substack{x=x_{ref} \\ u=u_{ref}}} (u - u_{ref}) \end{aligned} \quad (7)$$

Subtraindo a equação (7) da equação (6), obtém-se o modelo cinemático de erro para o robô:

$$\dot{\tilde{x}} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_{ref} \\ u=u_{ref}}} \tilde{x} + \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{\substack{x=x_{ref} \\ u=u_{ref}}} \tilde{u}, \quad (8)$$

onde  $\tilde{x} = x - x_{ref}$  representa o erro em relação ao robô virtual de referência e  $\tilde{u} = u - u_{ref}$  é a perturbação da entrada de controle.

Definindo:

$$A \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_{ref} \sin\theta_{ref} \\ 0 & 0 & v_{ref} \cos\theta_{ref} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B \triangleq \begin{bmatrix} \cos\theta_{ref} & 0 \\ \sin\theta_{ref} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

como sendo os jacobianos de (6) com relação a  $x$  e  $u$ , calculados em torno da trajetória de referência  $(x_{ref}, u_{ref})$ . Estes possibilitam a transformação do sistema não-linear invariante no tempo em um sistema linear variante no tempo. O modelo de erro pode ser escrito da seguinte forma:

$$\dot{\tilde{x}} = A \tilde{x} + B \tilde{u} \quad (9)$$

Discretizando-o pelo método de Euler  $(\dot{\tilde{x}}(t) \approx \frac{\tilde{x}(k+1) - \tilde{x}(k)}{T})$ , tem-se:

$$\tilde{x}(k+1) = A(k) \tilde{x}(k) + B(k) \tilde{u}(k), \quad (10)$$

onde:

$$A(k) \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_{ref}(k) \sin \theta_{ref}(k) T \\ 0 & 1 & v_{ref}(k) \cos \theta_{ref}(k) T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B(k) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta_{ref}(k) T & 0 \\ \sin \theta_{ref}(k) T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix},$$

sendo  $T$  o período de amostragem e  $k$  o instante de amostragem.

## 4 Controle Preditivo no Espaço de Estados Aplicado ao Modelo Cinemático do Erro

### 4.1 Caso Sem Restrições nos Atuadores

Com o intuito de realizar o controle de seguimento de trajetórias, considera-se que a velocidade tangencial do robô,  $v$ , é sempre constante. Com os horizontes de predição  $N_2$  e de controle  $N_u$ , as predições dos estados são descritas como (Rossiter, 2003):

$$\hat{x} = P_x(k|k) x(k|k) + H_x(k|k) u \quad (11)$$

$$\hat{y} = P(k|k) x(k|k) + H(k|k) u, \quad (12)$$

sendo:

$$\hat{x} \triangleq \begin{bmatrix} x(k+1|k) \\ x(k+2|k) \\ \vdots \\ x(k+N_2-1|k) \\ x(k+N_2|k) \end{bmatrix}; \hat{y} \triangleq \begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ \vdots \\ y(k+N_2-1|k) \\ y(k+N_2|k) \end{bmatrix}$$

$$u \triangleq \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N_2-2|k) \\ u(k+N_2-1|k) \end{bmatrix}$$

Com  $P_x(k|k)$  e  $H_x(k|k)$  respectivamente definidos nas equações (13) e (14):

$$P_x(k|k) \triangleq \begin{bmatrix} A(k|k) \\ A(k|k)A(k+1|k) \\ \vdots \\ \alpha(k, 0, 2) \\ \alpha(k, 0, 1) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

onde  $\alpha(k, j, l)$  é definido como (Kühne et al., 2004),

$$\alpha(k, j, l) \triangleq \prod_{i=j}^{N_2-l} A(k+i|k) \quad (15)$$

Para garantir o erro zero em regime permanente, é adicionada uma ação integral:

$$u = -K(\hat{x} - x_r) + u_r, \quad (16)$$

sendo  $x_r$  e  $u_r$ , os valores de referência calculados off-line, definidos por:

$$x_r \triangleq \begin{bmatrix} x_r(k+1|k) \\ x_r(k+2|k) \\ \vdots \\ x_r(k+N_2-1|k) \\ x_r(k+N_2|k) \end{bmatrix}; u_r \triangleq \begin{bmatrix} u_r(k|k) \\ u_r(k+1|k) \\ \vdots \\ u_r(k+N_2-2|k) \\ u_r(k+N_2-1|k) \end{bmatrix}$$

Assim, dada uma lei de controle que garanta que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \begin{cases} x(k) = x_r(k) \\ u(k) = u_r(k) \end{cases}, \quad (17)$$

tem-se  $y(k) = y_r(k)$ , onde  $y_r$  é a trajetória de referência.

Usando as expressões de predição (11) e (12) e, considerando que os estados e entradas de referência sejam conhecidos, pode-se assegurar que o mínimo da função custo dada por (18) é consistente com o erro zero de seguimento (Rossiter, 2003), onde a seguinte função custo (Raffo, 2005) deve ser minimizada por uma norma-2, ponderada por  $Q$  e  $R$ :

$$J = \sum_{j=1}^{N_2} \|y_r(k+j|k) - \hat{y}(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \|u(k+j|k) - u_r(k+j|k)\|_R^2 \quad (18)$$

Há diferentes formas de escolher a matriz  $Q$ . Neste artigo, seguindo a escolha proposta por (Rossiter, 2003), a matriz  $Q$  engloba termos na forma  $C'C$ , onde  $y_r - y = C(x_r - x)$ . Tal função é, então, reescrita na seguinte forma:

$$\min_u J = [\hat{x} - x_r]' Q [\hat{x} - x_r] + [u - u_r]' R [u - u_r] \quad (19)$$

Na ausência de restrições no controle e nos estados, a lei de controle é obtida pela seguinte relação:

$$u = [H_x^T Q H_x + R]^{-1} [H_x^T Q (x_r - P_x(k)) + R u_r] \quad (20)$$

Tal lei de controle é reescrita em função do modelo de erro:

$$H_x(k|k) \triangleq \begin{bmatrix} B(k|k) & 0 & \cdots & 0 \\ A(k+1|k) & B(k|k) & B(k+1|k) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha(k, 1, 2) & B(k|k) & \alpha(k, 2, 2) & B(k+1|k) & \cdots & 0 \\ \alpha(k, 1, 1) & B(k|k) & \alpha(k, 2, 1) & B(k+1|k) & \cdots & B(k+N_u-1|k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\tilde{u} = [H'_x Q H_x + R]^{-1} [H'_x Q (\tilde{x}_r - P_x \tilde{x}(k)) + R \tilde{u}_r] \quad (21)$$

Com os erros dos estados de referência calculados como sendo a diferença do valor da referência futura com relação ao atual e, os erros das entradas de referência como sendo a diferença do valor futuro em relação ao valor no passo anterior, tem-se:

$$\tilde{x} \triangleq \begin{bmatrix} x_r(k+1|k) - x_r(k|k) \\ x_r(k+2|k) - x_r(k|k) \\ \vdots \\ x_r(k+N_2-1|k) - x_r(k|k) \\ x_r(k+N_2|k) - x_r(k|k) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{u}_r \triangleq \begin{bmatrix} u_r(k|k) - u_r(k-1|k) \\ u_r(k+1|k) - u_r(k-1|k) \\ \vdots \\ u_r(k+N_u-2|k) - u_r(k-1|k) \\ u_r(k+N_u-1|k) - u_r(k-1|k) \end{bmatrix}$$

#### 4.2 Caso Com Restrições nos Atuadores

Utilizando a função custo na forma (Raffo, 2005):

$$J(k) = \sum_{j=1}^N \tilde{x}^T(k+j|k) Q \tilde{x}(k+j|k) + \tilde{u}^T(k+j-1|k) R \tilde{u}(k+j-1|k) \quad (22)$$

e definindo:

$$\bar{x}(k+1) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{x}(k+1|k) \\ \tilde{x}(k+2|k) \\ \vdots \\ \tilde{x}(k+N_2-1|k) \\ \tilde{x}(k+N_2|k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{u}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{u}(k|k) \\ \tilde{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{u}(k+N_2-2|k) \\ \tilde{u}(k+N_2-1|k) \end{bmatrix},$$

a equação (22) pode ser reescrita como:

$$\bar{J}(k) = \bar{x}^T(k+1) \bar{Q} \bar{x}(k+1) + \bar{u}^T(k) \bar{R} \bar{u}(k) \quad (23)$$

Com base no modelo dado pela equação (10), obtém-se:

$$\bar{x}(k+1) = \bar{A}(k) \bar{x}(k|k) + \bar{B}(k) \bar{u}(k) \quad (24)$$

Substituindo (24) em (23), tem-se que a função custo fica na forma quadrática padrão:

$$\bar{J}(k) = \frac{1}{2} \bar{u}^T H(k) \bar{u}(k) + f^T(k) \bar{u}(k) + g(k), \quad (25)$$

com:

$$\begin{cases} H(k) = 2(\bar{B}^T(k) \bar{Q} \bar{B}(k) + \bar{R}) \\ f(k) = 2\bar{B}^T(k) \bar{Q} \bar{A}(k) \bar{x}(k|k) \\ g(k) = \bar{x}^T(k|k) \bar{A}^T(k) \bar{Q} \bar{A}(k) \bar{x}(k|k) \end{cases}$$

Como pode-se observar,  $g(k)$  é independente da variável de decisão  $\tilde{u}$ . Definindo então  $\bar{J}^T(k)$  como:

$$\bar{J}^T(k) = \frac{1}{2} \bar{u}^T(k) H(k) \bar{u}(k) + f^T(k) \bar{u}(k), \quad (26)$$

para cada instante  $k$ , deve-se resolver:

$$\bar{u}^* = \arg \min_{\bar{u}} \{ \bar{J}(k)^T \}, \quad (27)$$

que é sujeita às seguintes restrições na amplitude do sinal de controle  $u$ :

$$D \bar{u}(k+j|k) \leq d \text{ com } j \in [0, N_2-1] \quad (28)$$

Deve-se observar que a (28) já está no formato a ser utilizado em Otimização Quadrática, através do comando **quadprog** do **MATLAB**, possibilitando assim a geração da sequência ótima de controle:

$$\bar{u}^* = \{ \tilde{u}^*(k|k), \tilde{u}^*(k+1|k), \dots, \tilde{u}^*(k+N_2|k) \}$$

## 5 Simulações e Resultados

### • Caso Sem Restrições no Sinal de Controle

Para o caso sem restrições no sinal de controle, são utilizados os seguintes dados para a simulação:

$$\begin{cases} N_2 = 5 \\ N_u = 1 \\ T = 0.1 \text{ s} \\ v_{ref} = 1 \text{ m/s} \end{cases} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Utilizando uma trajetória em formato circular, com condições iniciais  $x_0 = [-5 \ -5 \ \pi/2]$ , os resultados podem ser vistos nas Figuras 2, 3 e 4.

- Caso Com Restrições no Sinal de Controle

Para o caso com restrições no sinal de controle são adotados:

$$\begin{cases} N_2 = 5 \\ N_u = 1 \\ T = 0.1 \text{ s} \\ v_{ref} = 1 \text{ m/s} \\ v_{max} = 1.5 \text{ m/s} \\ \omega_{max} = 3 \text{ rad/s} \end{cases} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 1.5 \text{ m/s} \\ 3 \text{ rad/s} \\ 1.5 \text{ m/s} \\ 3 \text{ rad/s} \end{bmatrix}$$

Com a mesma trajetória ,em formato circular, e com condições iniciais  $x_0 = [-5 \ -5 \ \pi/2]$ , a verificação dos resultados pode ser observada nas Figuras 5, 6 e 7.

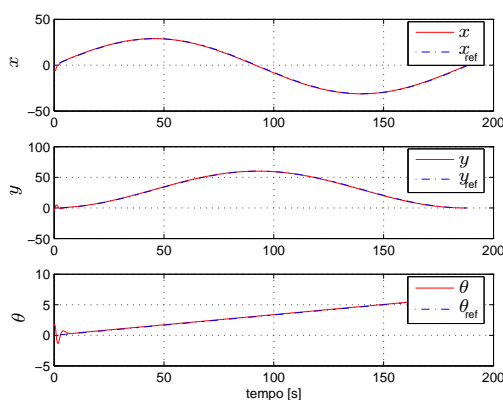


Figura 2: Evolução das variáveis de estado sem restrições no sinal de controle, para uma trajetória circular

Observando-se as Figuras 2, 4, 5 e 7, pode-se constatar que as trajetórias realizadas pelo robô (posição e orientação) seguem adequadamente as trajetórias de referência.

Para o caso sem restrições, Figura 3, o sinal de controle  $v$  chega a aproximadamente 13 m/s, e  $\omega$  chega a -4 rad/s.

Caso os atuadores não consigam suportar estes sinais de controle, haverá saturação, podendo ocasionar sérios problemas de estabilidade.

Assim, quando o sinal de controle é restrinvido, e resolvido por otimização,  $v$  fica em 1.5 m/s, enquanto  $\omega$  não passa de 1.5 rad/s, conforme Figura 6, preservando as características de estabilidade do robô.

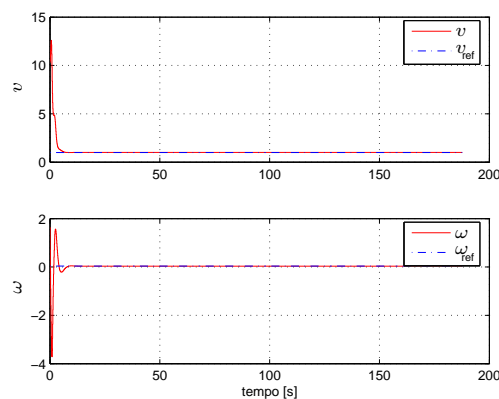


Figura 3: Evolução dos sinais de controle  $v$  e  $\omega$  sem restrições no sinal de controle, para uma trajetória circular

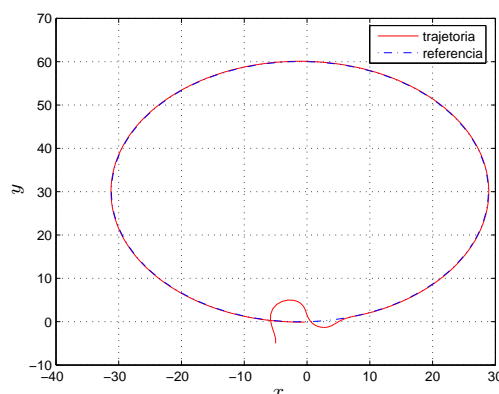


Figura 4: Trajetória do robô em formato circular sem restrições no sinal de controle

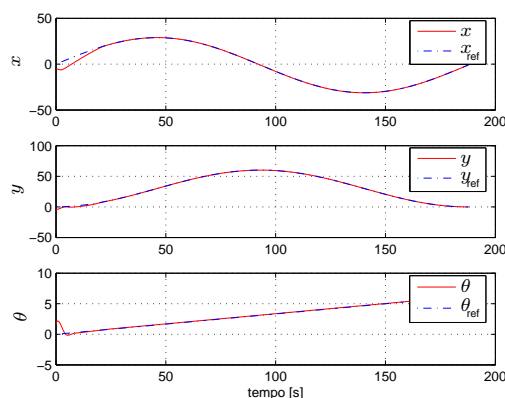


Figura 5: Evolução das variáveis de estado com restrições no sinal de controle, para uma trajetória circular

## 6 Conclusões

Este artigo apresenta a aplicação de um algoritmo de controle preditivo para um problema de seguimento de trajetória para dois casos: o primeiro, sem restrições nos atuadores, e o segundo, com

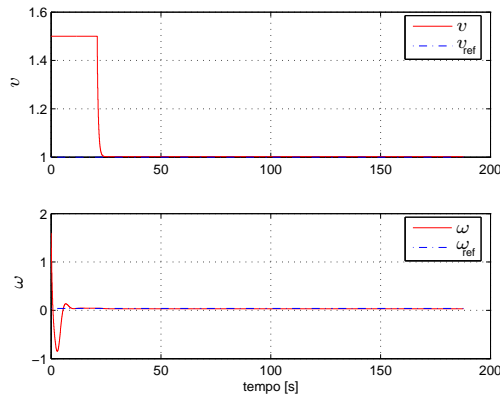


Figura 6: Evolução dos sinais de controle  $v$  e  $\omega$  com restrições no sinal de controle, para uma trajetória circular

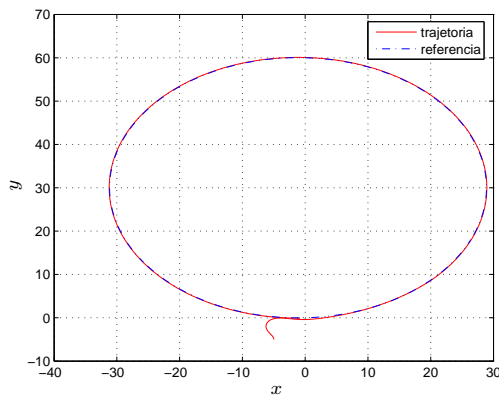


Figura 7: Trajetória do robô em formato circular com restrições no sinal de controle

restrições nos atuadores, resolvido através de um algoritmo de otimização quadrática.

A utilização e implementação de tais algoritmos mostrou-se relativamente simples, e o projeto mostrou-se intuitivo.

Como perspectiva para trabalhos futuros, propõe-se o desenvolvimento de outros controladores para robôs móveis, tais como realimentação robusta de estados, controle adaptativo, bem como a aplicação destes controles a um modelo dinâmico ou completo (cinemático e dinâmico).

### Agradecimentos

Agradecemos às agências CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

### Referências

Brockett, R. W. (1982). *New Direction in Applied Mathematics*, Springer-Verlag, New York.

Brooks, R. A. (1983). Planning collision-free motions for pick-and-place operations, *The*

*International Journal of Robotics Research* **2**(4): 19–44.

Brooks, R. A. (1986). A robust layered control system for a mobile robot, *IEEE Journal of Robotics and Automation* **2**(1).

Brooks, R. A. (1990). Elephants don't play chess, *Robotics and Autonomous Systems* **6**: 3–15.

Camacho, E. F. and Bordons, C. (1998). *Model Predictive Control*, Springer.

Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. (1987). Generalized predictive control—part i. the basic algorithm, *Automatica* **23**(2): 137–148.

Findeisen, R. and Allgöwer, F. (2002). An introduction to nonlinear model predictive control, *21st Benelux Meeting on Systems and Control*.

Khüne, F. (2005). *Controle preditivo de robôs móveis não-holonômicos*, Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Kühne, F., Lages, W. F. and da Silva Júnior, J. M. G. (2004). Model predictive control of a mobile robot using linearization, *Proceedings of IEEE Mechatronics and Robotics*.

Lages, W. F. and Alves, J. A. V. (2006). Controle de robôs móveis em tempo real utilizando controle preditivo baseado em modelo linearizado, *XVI Congresso Brasileiro de Automática* pp. 2495–2500.

Lamiriaux, F. and Laumond, J. P. (1998). A practical approach to feedback control for a mobile robot with trailer, *IEEE International Conference on Robotics and Automation* pp. 3291–3296.

Normey-Rico, J. E., Ortega, J. G. and Camacho, E. F. (1999). A smith-predictor-based generalised predictive controller for mobile robot path-tracking, *Control Engineering Practice* **7**: 729–740.

Qin, S. J. and Badgwell, T. A. (1997). An overview of industrial model predictive control technology, *In Chemical Process Control - V* **93**(316): 232–256.

Raffo, G. (2005). *Algoritmos de controle preditivo para seguimento de trajetórias de veículos autônomos*, Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Rossiter, J. A. (2003). *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*, CRC Press.